III. 二値的論理（集合論）の整理と csQCA の試行

III-1. 本章の内容

　数値的解析の対象としたでデータセットを使って、集合論的に、Lipset の仮説を検証する。この検証法は、すでに、B. Rihoux and C. Ragin (2009)がその著書の中で述べた内容であり、解説者のオリジナルではない。ただし、より理解を深めるために、基礎的な説明を加えた。ここで、説明するのは csQCA: crisptive set qualitative comparative analysi であり、その目的は、QCA の基本となる 2 値的なロジックの整理である。

III-2. 集合論とブール演算・真理表

私たちが、「人間は動物である。」と言った時に、その世界観を集合論的に言えば、「動物という集合の中に人間という集合がある。」ということになる。慣習的に全体を表す集合はＵと表すことが多いから、動物全体集合をＵ（多分、Universe から来ているのだと思う)。人間の集合を A とする。論理学では「人間は動物である。」というような、意見というか見解というか、宣言のような言葉を命題（proposition）という。この言葉は、人間は動物であるか（真）ないか（偽)、真偽を問うことができるからである。この命題を集合の記号で表すと$A \sqsubseteq U$となる。人間以外にも動物はいくらでもいるから、$A \sqsubset U$と書くべきかもしれない。これは、種という概念で、動物をカテゴライズしているのだが、生殖能力で動物をカテゴライズすることもできる。そうすると、「子供を作ることのできる動物を雌という。」という命題が出来る。雌の集合を B とすると、$B \sqsubset U$となる。こういう集合論的な関係を表現した図６のような図をヴェン図（Venn diagram）という。命題は、或る集合Ｕ（この場合は動物）の中に、部分集合Ａ、Ｂを作りだし、同時に、Ａでないもの、Ｂでないものの集合も作る。つまり、命題に対して偽である集合をつくる。これらを A の補集合（complement)、Ｂの補集合という。全体Ｕの中で、Ａでない部分という意味である。補集合は集合の記号では$\tilde{A}, \tilde{B}$ あるいは。A^c, B^cのように表す。もっと簡便化して表すときは、a,b の様に小文字で表す。Aと$\tilde{A}$の関係を相補的関係という。

図７に、命題 A:「人間は動物である。」と B:「子供を作る動物が雌である。」という命題を組み合わせた動物界（U）の世界を表した。２つの集合を組み合わせると、２つの集合に同時に属する集合が出来る。これを積集合という。また、二つの集合のどちらかあるいはその両方に属するという集合もできる。これを和集合という。集合演算の記述法では、積集合を$A \cap B$、和集合を$A \cup B$と表す。図７の右側に示したように、全体 U（この例では、

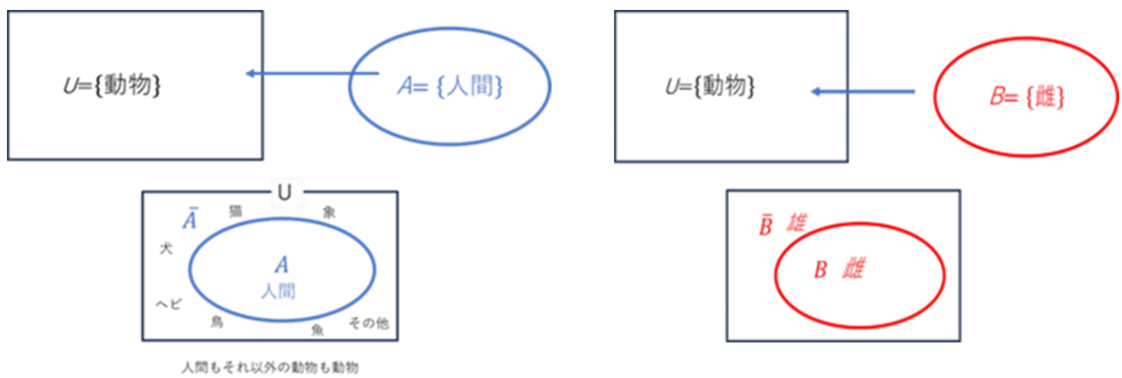


図 6. 命題「人間は動物である。」と命題「子供を産む動物を雌という」のヴェン図

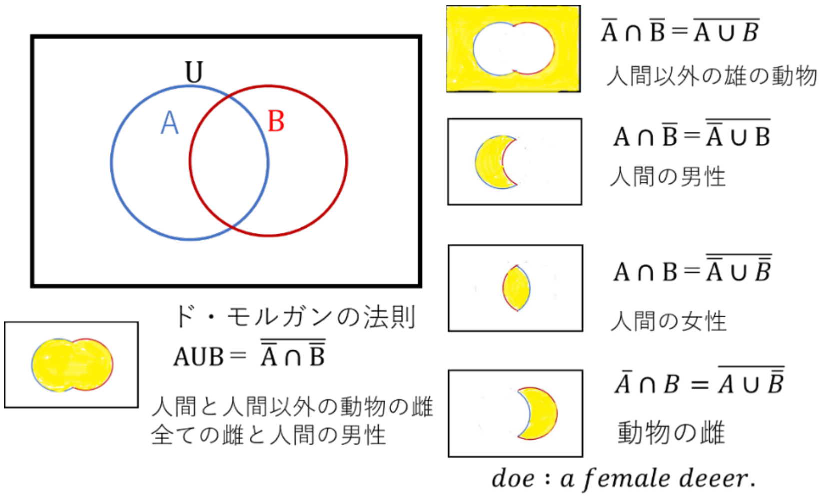


図７. 命題 A と B を組み合わせた時の全体像（U）

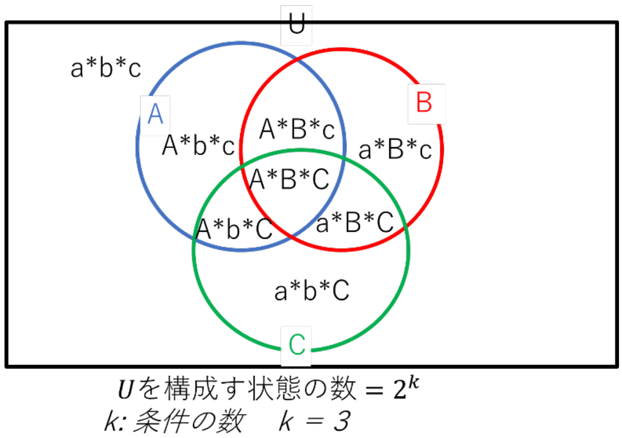


図８．３条件の場合を構成する部分集合

動物のすべて）は、４つの部分集合で過不足なく満たされる。集合の演算式で書けば次のようになる。

$$\boldsymbol{\tilde{A}\cap\tilde{B}\cup A\cap\tilde{B}\cup A\cap B\cup\tilde{A}\cap B = U}$$

つまり、U の部分集号(sub set)として$\tilde{A}\cap\tilde{B}, A\cap\tilde{B}, A\cap B, \tilde{A}\cap B$の４つの積集合が出来るが、それら４つの積集合の和集合は U になる。種類、性別の様に２つの二値的な特性値で記述された場合、U は2^2個の積集合の部分集合を持つ。、図８に３条件 A、B、C を組み合わせた場合の部分集合をヴェン図の形式で書いた、ここでは、積集合をブール演算の記述法で記述し、補集合を小文字で表した。３個の特性を組み合わせると2^3個の積集合の部分集合を持つ k 個の特性で記述された場合、U は2^k個の積集合の部分集合（異なる状態・条件の組み合わせ）で満たされることになる。

人間であるとか、雌であるとか集合に属するものを、他から取り分ける基準となる特性を、その動物が満たしている状態・条件と考えると、条件を満たしているときに真（１)、満たしていない時に偽（０）と二値的に表現することができる。２つの条件があるとき、二つの条件を共に満たしているかいないかというのを、論理積という、共に満たしていれば、論理積は真（１)、それ以外は偽（０）となる。これは、集合の積集合にあたる。２つの条件の少なくともどちらかを充たしているかいないかというのを論理和という。どちらか満たしていれば、論理和は真（１)、どちらも満たしていなければ、論理は偽（０）となる。これは、集合の和集合に相当する。例えば、A 人間であるを真（１）として、その否定 a「人間でない」を偽（０）とし、B 雌を真（１）として、b 雌でないを偽（０）とすると、その論理積はＡＢが同時に致されたときに真（１）となり、それ以外はの組み合わせはすべて偽（０）となる。つまり人間の女性は真であり論理積が 1 と表現される。それ以外の男性や動物は偽であり 0 と表現される。また、論理和は人間であるか、雌であるか、どちらかが満たされればよいので、人間を除いた動物の雄の集合は論理和が 0 になるが、他はすべて論理和が 1 となる。論理積は$A \wedge B$、論理和は$A \vee B$と表す。論理はその集合を他のものと区別する論理（条件）であり、ヴェン図の境界線である。A を他と区別する条件が(α, β)で B を他と区別する条件が(β, γ)ならば、

$$A \wedge B \rightarrow (\alpha, \beta, \gamma), \qquad A \vee B \rightarrow (\beta,)$$

となる。集合と考えると、集合に含まれる全要素（メンバー）を a,b,c で表すと

$$A = \{a, b\}, \quad B = \{b, c\}$$

ならば、

$$A \cap B = \{b\}, \quad A \cup B = \{a, b, c\}$$

混乱するかもしれないが、「条件が増えれば、適合者の数が減る。」と考えれば納得できる。

ブール演算（Boolean operation、Boolean logic）は、集合や論理の演算法だが、集合でも論理でも同じ結果になる。現実問題として論理式は読みにくい。そこで、本解説では、特に論理演算であることを強調する必要がない場合は、集合の記述法を使う。ブール演算のいくつかの法則を下記に整理しておく。

記述法

和: $+$, 積: $*$

補集合: $\tilde{A}, A^c, a$

メンバー　A=$\{\alpha,\beta,\gamma\}$　α,β,γは A を構成する要素

A$\ni \alpha$. $A \not\ni \delta$　αはメンバーに含まれる、δ含まれない

空集合　$\emptyset$　メンバーが存在しない集合

主要法則

交換　A+B=B+A

$A*B=B*A$

結合　$(A+B)+C=A+(B+C)$

$(A*B)*C=A*(B*C)$

分配　$A*(B+C)=A*B+A*C$

同一性　$A+1=1$　部分と全体の和集合は全体

$A*1=\mathrm{A}$　部分と全体の積集合は部分

$A+A=A$

$A*A=A$

補集合　$A+\tilde{A}=1$

$A*\tilde{A}=0$

吸収　$A+(A*B)=A$

$A*(A+B)=A$

ド・モルガンの法　$\widetilde{A+B} = \tilde{A} * \tilde{B}$　和集合の補集合は補集合の積集合

$\widetilde{A*B} = \tilde{A} + \tilde{B}$　積集合の補集合は補集合の和集合

これらを使うと、次式の左辺のように A と B の積集合と A と b (B の補集合)の積集合があった場合、

$$\mathrm{A} * \mathrm{B} + \mathrm{A} * b = A(B+b) = A * 1 = A$$

となって、式を単純化できる。

図９に、A、B の２条件（集合）があった場合に、A、B と補集合のすべての組み合わせの和集合で、全体 U が構成されることを、ブール演算で証明できることを示した。図の上のヴェン図によって、ブール演算の第一式が、動物全体であることが明らかであり、それが真、この中に含まれたものはすべて動物で、それ以外の動物は存在しない。

ヴェン図

$\bar{\mathrm{A}} \cap \bar{\mathrm{B}}$　∪　$\mathrm{A} \cap \bar{\mathrm{B}}$　∪　$\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$　∪　$\bar{A} \cap B$　=　U

(Not A and not B) or (A and not B) or (A and B) or (not A and B) is U

ブール演算

$$\begin{aligned} &a * b + A * b + A * B + a * B \\ &= (a + A) * b + (a + A) * B \\ &= (a + A) * (b + B) = 1 = U \end{aligned}$$

図９.全体が全ての組み合わせ積集合の和集合であることの証明

Truth table

	condtion			result
set ID	A	B	C	R
A*B*C	1	1	1	
A*B*c	1	1	0	
A*b*C	1	0	1	
A*b*c	1	0	0	
a*B*C	0	1	1	
a*B*c	0	1	0	
a*b*C	0	0	1	
a*b*c	0	0	0	

Example

Rsult : product set and unionset

Exampel	condition		result	
set ID	A	B	AND	OR
A*B	1	1	1	1
A*b	1	0	0	1
a*B	0	1	0	1
a*b	0	0	0	0

図 10. 真理表の作り方

次に真理表について説明する。真理表とは、二値化したいくつかの条件に、適合しているか、適合していないかを、0 と 1 で表したものである。一番左の列は、コードの ID である。例えば、本稿が分析対象としてる、戦間期のヨーロッパの国々のデータでは、各国の ID が記入される。表 10 では、積集合の ID としてそのブール演算の式を入れておいた。その右側にそれぞれの ID に対応する、真理値の値をそれぞれの条件名の列に 0 、 1 の二値で記入する。さらにその右側に結果の列があり、その条件で何が起こるのか、起きたのか、戦間期のヨーロッパの例では、その国が民主主義が維持できた（ 1 ）、民主主義が崩壊した（ 0 ）のように二値化したデータを入れる。例として、条件 A、B が条件の列の値であったときに、結果として論理積、論理和がどのようになるかを記した。

III-3. 真理表の使い方。

真理表は、使い方を覚えると大変便利で、これを Excel の並べ替えの機能を使って、真理表を並べ替えると、いろいろなことができる。図 11 に真理表の例を 3 つ挙げて説明する。図 11－1 は、子供がどのような条件の下で、勉強しると成績が上がるかという、ことを検討した真理表の例である。表の左の列は、それぞれの事例の ID コードである。具体的な事例について、表す場合もあるが、論理的にあり得る組み合わせについて真理表を作る場合もある。そのような場合には、左の列に、論理的な組み合わせが ID として記述される。ここに挙げた例では、理解を容易にするために、結果の欄には、２値的な数値とともに、実際にどうであったかを文章で示した。条件として、A：一定の勉強時間を決めて、毎日勉強する。a:勉強時間を決めない。B；その日の勉強で何を理解するべきなのか、課題をあらかじめ明確にしてておく。ｂ：何を理解すべきなのか、課題を明確にしないで勉強する。C：勉強する場所、具体的には自分の机のようなものを与えておく。ｃ：自分の部屋など、特定の勉強する場所を与えないという条件を考えて、これらの条件の組み合わせが、成績の向上という結果のどのように影響するかを分析した。図 11-1 では、最初の 2 行は、A，B ともに 1 であり、結果も 1 である。第三列と第 4 列は、A が 1 、B が 0 であるが、結果は 0 である。第 5 列と 6 列は、A が 0， B が 1 である。このことから、B が 1 である。B が 1 のところは、いつでも R が 1 になっている。集合論的な表現をすれば、B は R の包含されている（$B \subseteq R$)。つまり、B であれば必ず R になる。本当にそうであるかどうかは別にして、このデータでは、B であれば必ず R になるので、B は R の十分条件ということになる（$B \Rightarrow R$)。論理演算の記号で⇒は、矢印の起点側が十分条件で、矢印の終点側が必要条件である。記号上の約束はそうなのだが、果たして本当にそういいきれるかどうかはわからないから、この解説では、$B \longrightarrow R$（B ならば R になる。）と表す。

	Condition			Result
Set ID	A	B	C	R
A*B*C	1	1	1	1（成績が上がった）
A*B*c	1	1	0	1（成績が上がった）
A*b*C	1	0	1	0（成績が上がらない）
A*b*c	1	0	0	0（成績が上がらない）
a*B*C	0	1	1	1（成績が上がった）
a*B*c	0	1	0	1（成績が上がった）
a*b*C	0	0	1	0（成績が上がらない）
a*b*c	0	0	0	0（成績が上がらない）

A:時間を決めて勉強するA＝１
a:勉強の時間が決まっていないA＝０
B:課題を明確にして勉強するB＝１
b:課題が不明確B＝０
C:場所を決めて勉強するC＝１
ｃ:勉強する場所が決まっていないC＝０

図１－１.成績向上につながる勉強法

この事例での結果を言語に戻すと、あらかじめ、理解すべき課題を明確にしておくと、成績が上がる（学習効果がある）となる。この例では、論理的に存在する、条件の組み合わせが、8 個だけであるから、表を見た瞬間に、結論がわかるが、もっと条件の句が多い場合には、エクセルの並べ替え機能を使って、R＝1 になるものを選んで並べれば、どのような条件の組み合わせが結果を招くのかを理解することができる。直観的には、以上の説明になるが、この思考過程を論理式で書く。論理式と英語、日本語の表記を載せておく

$$A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge c \vee a \wedge B \wedge C \vee a \wedge B \wedge c \subseteq R$$

$$(A\ AND\ B\ AND\ C)\ OR (A\ AND\ B\ AND\ notC)\ OR (not\ A\ AND\ B\ AND\ C\ )\ OR\ (not\ A\ AND\ B\ AND\ not\ D)$$

$$are\ included\ inR$$

$$(A\text{かつ}B\ \text{かつ}C)\text{または}(A\ \text{かつ}B\ \text{かつ}C\text{でない})\text{または}(A\text{でなく、かつ}B\text{かつ}C\ )\text{または}$$

$$(\ A\text{でなく、かつ}\ B\text{かつ}C)\ \text{であれば、}R\text{に内包される}$$

これではあまりに長いから、分配法則を逆方向に使って、集約していく

$$A \wedge B \wedge \left(C \vee \tilde{C}\right) \vee a \wedge B \wedge \left(C \vee \tilde{C}\right) \subseteq R$$

$$(A\ AND\ B) AND (C\ OR\ not\ C)\ OR\ (not\ A\ AND\ B)\ AND\ (C\ OR\ not\ C)\ are\ included\ in\ R$$

$$\left((A\ \text{かつ}B)\text{かつ}(C\ \text{または}C\text{でない})\right)\text{または}\left((A\text{でない、}\ \text{かつ}B)\text{かつ}(C\ \text{または}C\text{でない})\right)$$

であれば、R に内包される。

さらに

$$A \wedge B \vee a \wedge B \subseteq R$$

$$(A\ AND\ B)\ OR\ (not\ A\ AND\ B)\ are\ included\ in\ R$$

$$(A\ \text{かつ}B)\ \text{または}\,(A\text{でなく、かつ}B)\ \text{であれば}R\text{に内包される}$$

さらに

$$(A \vee \tilde{A})B \subseteq R$$

$$(A\ OR\ not\ A)\ AND\ B\ is\ included\ in\ R$$

$$(A\ \ \text{または}A\text{でない})\ \text{かつ}B\ \ \text{ならば}R\text{に内包される}$$

最終的に

$$B \subseteq R$$

$$B\ is\ included\ in\ tonette$$

となって、一貫して、

$$B \subseteq R$$

であれば、B は R に包含されているから、B は R の十分条件（B ならば必ずRになる）と結論できるので、

$$B \Rightarrow R$$

ここでは少し遠慮して

$$B \longrightarrow R$$

となる。言語化すると、学習する課題を明確化して勉強すると、学習効果が上がり、成績

Set ID	A	B	C	R
A*B*C	1	1	1	1（逆上がりが出来るようになった）
A*B*c	1	1	0	0（逆上がりが出来るようにならなかった）
A*b*C	1	0	1	0（逆上がりが出来るようにならなかった）
A*b*c	1	0	0	0（逆上がりが出来るようにならなかった）
a*B*C	0	1	1	0（逆上がりが出来るようにならなかった）
a*B*c	0	1	0	0（逆上がりが出来るようにならなかった）
a*b*C	0	0	1	0（逆上がりが出来るようにならなかった）
a*b*c	0	0	0	0（逆上がりが出来るようにならなかった）

A:鉄棒をおへそにひきつける
a:肘が伸びて体が鉄棒から離れる
B:頭の上を蹴る感じで脚を振り上げる
b:脚を前に振り上げる
C:振り上げた脚の先を見る
c:反り返って顎が上がる

図 1-2. 逆上がりの練習法

が上がるとなる。論理演算で解こうとするとこれだけ面倒なことをしなければならないのだが、人間の能力は素晴らしくて、表を見ただけで$B \longrightarrow R$*と判断できる。*これが、真理表の威力であり、使い方である。

図 11-2 は、子供に逆上がりを覚えさせる方法についての考察である。逆上がりは、回転モーメントの力学だから、テコの長さを考えて、蹴り上げる方向を真上にする（回転する接線方向に蹴り上げる）。回転軸を小さく一定に保つ（鉄棒と重心の距離を最小に保つ）。最も質量の大きい頭の回転半径を最小化する（頭と鉄棒の距離を短く保つ。顎を引いて、足先または、おなかを見る）が、同時にできれば体が回る。物理的な話なので、この三つの条件が同時に成り立たなければ、逆上がりはできない。したがって、

$$A \wedge B \wedge C \subseteq R$$

これは、シンメトリックな現象の例で、これが同時に成り立たない時は

$$A \widetilde{\wedge B \wedge} C \subseteq r \quad (R = 0)$$

rは逆上がりが出来ない。

ド・モルガンの法則をで、

$$A \widetilde{\wedge B \wedge} C = \tilde{A} \vee \tilde{B} \vee \check{c}$$

だから、

$$\tilde{A} \vee \tilde{B} \vee \tilde{C} \subseteq r$$

Aでない、または、Bでない、または、Cでなければ、 rに内包される。

つまり、「鉄棒をおへそに引く付けられなくても、脚を頭の上の方に振り上げられなくても、足先を見なくて、どれか一つあれば、逆上がりはできない。」ということである。物理現象だとこのように、出来た場合の反対が、できなかった場合の条件になっていることが多いのだが、多くの社会現象はそうなっていないことが多い。

図 11-3 には、企業が販売促進して、利益を上げるために、値下げした効果についての分析例を示した。真理表のＡ＊ｂ＊ｃの結果の欄には、Ø という記号がある。これは、空集合（empty set）の記号である。こういう調査では、事例数が限られるために、条件の組み合

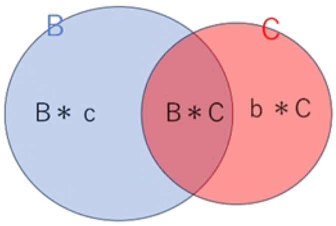
Set ID	A	B	C	R
A*B*C	1	1	1	1 (利益が増加した)
A*B*c	1	1	0	1 (利益が増加した)
A*b*C	1	0	1	1 (利益が増加した)
A*b*c	1	0	0	Ø (データがない)
a*B*C	0	1	1	1 (利益が増加した)
a*B*c	0	1	0	0 (利益が増加しなかった)
a*b*C	0	0	1	0 (利益が増加しなかった)
a*b*c	0	0	0	0 (利益が増加しなかった)

A:値下げした
a:値下げしない
B:品質が向上した
b:品質がが変わらない
C:宣伝した
c:宣伝しない

わせに対応する事例が得られないことがある。まず、値下げをしなかった場合（a）を除いて上から３列だけを考えると、

$$A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge c \vee A \wedge b \wedge C \subseteq R$$
$$A \wedge \big((B \wedge C) \vee (B \wedge c) \vee (b \wedge C)\big) \subseteq R$$
$$A \wedge (B \vee C) \subseteq R$$

２行目から３行目の変形で、$(B \wedge C) \vee (B \wedge c) \vee (b \wedge C)$を$B \vee C$と変形してるところは、ちょっと気が付きにくいかもしれないが、図１２を見れば納得がいくであろう。



$$\mathrm{B} \wedge c \vee B \wedge C \vee b \wedge C = B \vee C$$

図 12. 和集合の構成

B と C の和集合（$B \cup C$）をヴェン図で書くと、図 12 のように転んだ雪だるまのような形になるのだが、雪だるまの胴体のところが$B \cup c$で、首のところが$B \cup C$で、頭のところが$b \cup C$で、それ以外のところがないのだから、$B \cap c \cup B \cap C \cup b \cap C = B \cup C$で、

$$B \wedge c \vee B \wedge C \vee b \wedge C = B \vee C$$

となる。つまり、値下げをして、品質を上げるか、宣伝するかすれば、利益が上がるのだが、もう一つ利益を上がる方法があって、それは、

$$a \wedge B \wedge C \subseteq R$$

これらを総合すると、

$$A \wedge B \vee B \wedge C \vee A \wedge C \longrightarrow R$$

つまり、値下げ、品質向上、宣伝の３つの内から、２つを組み合わせて実施すれば、利益が上がることになる。

これが、一つの結論だが、もう一つ別の結論があり得る。この結論では、真理表の４列め、Ａ＊ｂ＊ｃの列について、言及しなかった。これは、条件の組み合わせＡ＊ｂ＊ｃに相当する具体的な事例がなかった（空集合）ためであるが、これを上手に使うと、条件の組み合わせを更に単純化して表現できる。論理的にあり得る組み合わせであっても、実際にはそのような組み合わせはあり得ないという場合もある。仮に、Ａ＊ｂ＊ｃの場合にも、利益が上がるとすれば、これを書き加えて次のような論理式を作ることができる。

$$A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge c \vee A \wedge b \wedge C \vee A \wedge b \wedge c \subseteq R$$

この式は以下のように変形できる。

$$A \wedge B \wedge (C \vee c) \vee A \wedge b \wedge (C \vee c) \subseteq R$$

$$A \wedge B \vee A \wedge b \subseteq R$$

$$A \wedge (B \vee b) \subseteq R$$

$$A \subseteq R$$

この変形によって、

$$A \longrightarrow R$$

つまり、価格を下げれば利益が上がることになる。
したがって、全体として、「価格を下げるか、品質を向上させて宣伝をすれば、利益が向上する」という結論になる。論理学的には、空集合の部分を論理余剰（logical remainder）という。ＱＣＡの解説書によっては、積極的に論理余剰を活用して、より節約的な解を求めるように勧めている本もある。しかし、ないものについて、勝手の推測によって、都合の良いデータを押し付けているという批判もあり得る。論理余剰の利用には、リスクを伴う。この場合、他に何の努力もしないで、単純に、価格を下げるだけで、本当に利益が上がるものだろうか。過去の事例や、実験的な試行等も含めて、慎重に考えるべきであろう。

ヴェン図を使っても、ブール演算をしても、同じ結果にたどり着く。ただ、真理表を使う方が分かりやすいというだけである。重要なのは、エクセルシートの使い方である。図 11 の例では条件が３つしかないので、真理表は８行しかない。もっと条件が多くなると、Ｒ＝１になっている行を探すのが大変になる。そういう場合は、Excel の並べ替え（sorting）を使って、Ｒの列を最優先列にして、並べ替えれば作業が簡単で間違いが少なくなる。Ｒにも QCR のパッケージがある。ちょっと、覗いてみたが、それぞれの function の意味がきちんとされていない印象だった。多少のテクニックと知識があれば、fsQCR を含めて、QCR はエクセルで実行可能なので、きちんと理解するためには、一度、Excel で QCR を実行してみた方が良い。

III-4. Lipset の学説の検証を題材とした csQCA の試行

csQCA は、0-1 で表現された、二値的データの分析で、重回帰分析と同様に、説明変数の組み合わせで、目的変数を説明しようとする。説明変数も目的変数も二値化されていて、結果も、説明できるかできないか二値的である。きっちりと（というかパリパリと）、厳格にデータが二値的に書かれていて、結果もそうであるかないか、二値的なので、パリパリしている。そのため、その名称を、crisp set QCA という。データセットだけでなく、その結論も、パリパリしている。csQCR の具体的手順はすでに、真理表の使い方で説明したとおりである。ここでは、前章で数値解析の対象とした、Lipset の仮説の検証を行う。csQCA では、データは二値的でなくてはならない。そこで、各データ項目に閾値を設定し、二値化する。図 13 に、csQCA の最初のステップ:二値化と並べ替えを図持した。データは 1 章で文政対象とした戦間期のヨーロッパのデータである。設定した閾値は、A:豊かさ 600、B:都市化 50.0、C:教育 75.0、D:工業化 30.0、E: 政治の安定性 9.9(政府を入れ替える) R:民主主義の維持 0 である。図の左の表が、二値化したデータセットであり、これを Excel の機能を使って、 E の列から A の列まで順番に最優先の列として、降順

二値化

	conditions					result
Case Id	A	B	C	D	E	F
AUT	1	0	1	1	0	0
BEL	1	1	1	1	1	1
CZE	1	1	1	1	1	1
EST	0	0	1	0	1	0
FIN	1	0	1	0	1	1
FRA	1	0	1	1	1	1
GER	1	1	1	1	0	0
GRC	0	0	0	0	0	0
HUN	0	0	1	0	0	0
IRL	1	0	1	0	1	1
ITA	0	0	0	0	1	0
NLD	1	1	1	1	1	1
POL	0	0	1	0	0	0
PRT	0	0	0	0	0	0
ROU	0	0	0	0	1	0
ESP	0	0	0	0	0	0
SWE	1	0	1	1	1	1
UK	1	1	1	1	1	1

並べ替え

	conditions					result
Case Id	A	B	C	D	E	F
BEL	1	1	1	1	1	1
CZE	1	1	1	1	1	1
NLD	1	1	1	1	1	1
UK	1	1	1	1	1	1
GER	1	1	1	1	0	0
FRA	1	0	1	1	1	1
SWE	1	0	1	1	1	1
AUT	1	0	1	1	0	0
FIN	1	0	1	0	1	1
IRL	1	0	1	0	1	1
EST	0	0	1	0	1	0
HUN	0	0	1	0	0	0
POL	0	0	1	0	0	0
ITA	0	0	0	0	1	0
ROU	0	0	0	0	1	0
GRC	0	0	0	0	0	0
PRT	0	0	0	0	0	0
ESP	0	0	0	0	0	0

図 13. csQCA： 第一ステップ　二値化と並べ替え

で並べ替えると、右側の表が得られる。真理表で同じ条件になる国がグループとして並ぶので、これを色分けした。上から、１１１１１となる国のグループ、これには、民主主義維持国のベルギー、チェコスロバキア、オランダ、大英帝国が属する。２番目に、１１１１０となるグループ、これには民主主義崩壊国のドイツが属する。以下、１０１１１：フランス、スェーデン、１０１１０：オーストリア、１０１０１：フィンランド、アイルランド、００１１０：エストニア、００１００：ハンガリー、ポーランド、００００１：イタリア、ルーマニア、０００００：ギリシャ、ポルトガル、スペインが並ぶ。注目すべきことは、同じグループに、民主主義維持国と民主主義崩壊国が属することがないことである。理論的には、
$2^5 = 32$の条件の組み合わせがあるので、すべての組み合わせの真理表に、それぞれの国名をいれた表が表８である。表 10 の一貫性（consistency）は、同一の結果になった国が含まれている割合である。結果に一貫性が低ければ、その組み合わせに、結果を説明する条件としては使えないことになる。表中の Ø は空集合（empty set）である。つまりその条件に属する国はなかったということである。論理学的の用語としては、空集合には論理残余（Logical remainder）という名前が付けられている。理論的考えられる組み合わせの内、観察された事例は、わずかに９例に過ぎない。もちろん、実際にデータがあるのは、18 カ国に過ぎないのだから、これは仕方がない。しかし、デンマーク、スイス、ノルウェーなどを分析対象に加えるべきだろうという気はする。そのような、データセットでも、一貫性が保たれるかどうかは興味あるところである。

表 10、すべての条件の組み合わせの真理表とその組み合わせの国

	条件					結果			
set	A	B	C	D	E	国名	数	R/rの数	一貫性
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4	4	1.00
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	GER	1	1	1.00
A*B*C*d*E	1	1	1	0	1	Ø	0		
A*B*C*d*e	1	1	1	0	0	Ø	0		
A*B*c*D*E	1	1	0	1	1	Ø	0		
A*B*c*D*e	1	1	0	1	0	Ø	0		
A*B*c*d*E	1	1	0	0	1	Ø	0		
A*B*c*d*e	1	1	0	0	0	Ø	0		
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	FRA,SWE	2	2	1.00
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	AUT	1	0	1.00
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	FIN,IRL	2	2	1.00
A*b*C*d*e	1	0	1	0	0	Ø	0		
A*b*c*D*E	1	0	0	1	1	Ø	0		
A*b*c*D*e	1	0	0	1	0	Ø	0		
A*b*c*d*E	1	0	0	0	1	Ø	0		
A*b*c*d*e	1	0	0	0	0	Ø	0		
a*B*C*D*E	0	1	1	1	1	Ø	0		
a*B*C*D*e	0	1	1	1	0	Ø	0		
a*B*C*d*E	0	1	1	0	1	Ø	0		
a*B*C*d*e	0	1	1	0	0	Ø	0		
a*B*c*D*E	0	1	0	1	1	Ø	0		
a*B*c*D*e	0	1	0	1	0	Ø	0		
a*B*c*d*E	0	1	0	0	1	Ø	0		
a*B*c*d*e	0	1	0	0	0	Ø	0		
a*b*C*D*E	0	0	1	1	1	Ø	0		
a*b*C*D*e	0	0	1	1	0	Ø	0		
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	EST	1	0	1.00
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	HUN,POL	2	0	1.00
a*b*c*D*E	0	0	0	1	1	Ø	0		
a*b*c*D*e	0	0	0	1	0	Ø	0		
a*b*c*d*E	0	0	0	0	1	ITA,ROU	2	0	1.00
a*b*c*d*e	0	0	0	0	0	GRC,PRT,ESP	3	0	1.00

一貫性 $$c = \frac{number\ of\ \mathrm{R}\quad or\ \ \mathrm{r}}{number\ of\ countries}$$

単純化

set	A	B	C	D	E	F	country	n	c
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4	1.00
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA,SWE	2	1.00
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN,IRL	2	1.00

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge d \wedge E) \longrightarrow R$$

図 14. 結果の要約と単純化

表 10 から、民主主義維持国だけを抜き出すと、図 14 に示した図の中の表が出来る。この表の積集合の ID を並べて書けば、下式が出来る。

$$A * B * C * D * E + A * b * C * D * E + A * b * C * d * E \subseteq R$$

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge d \wedge E) \longrightarrow R$$

これを言語化すると、「豊かで、都市化していて、教育程度が高く、工業化していて、政治的に安定している国は、民主主義を維持した。都市化していなくても、豊かで、教育程度が高く、工業化していて、政治が安定している国も民主主義を維持した。さらに、都市化していなくて、工業化していなくても、豊かで、教育程度が高く、政治が安定している国は、民主主義を維持した。」という、大変、長たらしい結果が出てくる。読んでいると

イライラする。 読んですぐに、「豊かで、教育程度が高く、政治が安定している国は、民主主義を維持した。」と要約しろと言いたくなる（図１４のフローチャート）。これを単純化とういう。出てくる結論を節約的な解(parsimonious solution)と言う。要は、わかりやすく集約して、必要最小限の言葉で説明しろと言うことである。理論化とはこういうことかもしれない。しかし、この最小化の背景には、図 15. に示した単純化のための論理残余の利用という分析テクニックが隠れている。真理表から直接にえられた、

$$(A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge d \wedge E) \longrightarrow R \quad \text{i}$$

分配法則を逆方向に使って

$$(A \wedge C \wedge D \wedge E) \wedge (B + b) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge d \wedge E) \longrightarrow R \quad \text{ii}$$

$$(A \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge d \wedge E) \longrightarrow R \quad \text{iii}$$

となって、これ以上単純化できない。

幸いなことに、$A * B * C * d * E$ (表 10 の第 3 列)は空集合である。つまり、$A \wedge$

$B \wedge C \wedge d \wedge E$は論理残余である

もし

$$A \wedge B \wedge C \wedge d \wedge E \longrightarrow R$$

ならば、$A \wedge B \wedge C \wedge d \wedge E$ を左辺に入れて以下のように単純化を進めることができる。ow.

$$(A \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge b \wedge C \wedge d \wedge E) \vee (A \wedge B \wedge C \wedge d \wedge E) \longrightarrow R$$

$$(A \wedge C \wedge D \wedge E) \vee \{(A \wedge b \wedge C \wedge d \wedge E) \vee (A \wedge B \wedge C \wedge d \wedge E)\} \longrightarrow R$$

$$(A \wedge C \wedge D \wedge E) \vee \{(A \wedge C \wedge d \wedge E) \wedge (B \vee b)\} \longrightarrow R$$

$$(A \wedge C \wedge D \wedge E) \vee (A \wedge C \wedge d \wedge E) \longrightarrow R$$

$$(A \wedge C \wedge E) \wedge (D \vee d) \longrightarrow R$$

$$A \wedge C \wedge E \longrightarrow R$$

以上が論理残余を使った、単純化のテクニックである。だが、解説をこれで終わるべきではないだろう。誰かが、「豊かで、教育程度が高く、政治が安定している国は、民主主義を維持した。」と要約しろと叫んだ瞬間に、その人は、$A * B * C * d * E$
など、ないものはどうでも良いから、無視して、どうせ民主主義国維持国に決まっているから、論理式に加えて、単純化してしまえ。」と言ったのである。確かにそうかもしれないが、論理的に乱暴だ。

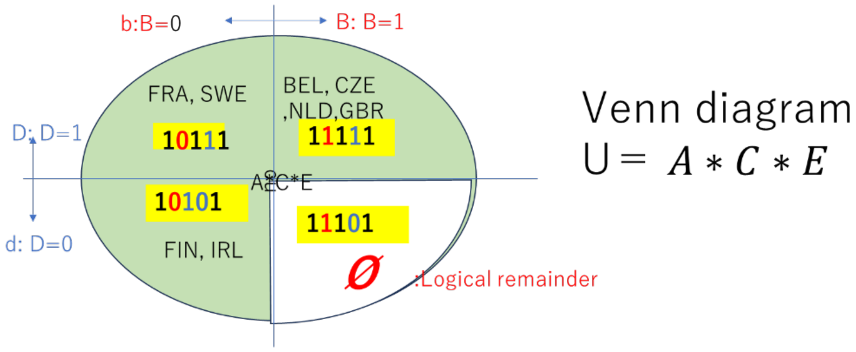


図 15. 集合$A * C * E$の構成（ヴェン図）

図 15 に、ヴェン図を書いた。ヴェン図の丸い集合全体Uは、$A * C * E$である。この集合の中には、$B * D, B *$ d,$b * D, b * d$ などの特性を持った要素（element）がふくまれてる。お互いの間に重複はないから、それらの重なり合い（積集合）はないので、4 分割して図示しておく。右下の部分は空集合だから、他と同じ色には塗れないから、白いままにしてある。これを、「民主主義維持国として緑色に塗ってしまえ。」というのが、目を三角にして怒っている人の主張だ。緑に塗って良いかどうかは、微妙な問題だ。何しろデータがないのだし、今更データを加えることもできない。一つ参考になるのは、白い部分の左隣、第Ⅲ象限にあたるところにある$b * d$のデータだ。ここが緑なのが一つの参考で、$b * d$が緑なので、恐らく$B * d$も緑だと考えることに、全く根拠がないわけではない。おそらく、かなりの確率で緑だ。こ論理的妥当性は別として、根拠を示して論理残余を加えることは分析のテクニックとしてありそうだ。根拠としえては、何か他の事例を持ってきても良い。

一つ問題がある。この解説を書くにあたって、参考にした、Berg-Schlosser D. and De Meur(1994)には、論理残余は使いやすくて便利だから積極的に使えと書いてあるらしい。らしいというのは、石田ら（2016）の日本語の翻訳本「質的比較分析（QCA）と関連手法」しか読んでいないからだ。理由は別に記す。分析者が、結果を先に見て、自分の主張に都合の良い結論になるからという理由で、都合の良い論理残差を拾い上げて良いわけないだろう。研究者倫理に反する。それが簡単にできるから、ソフトウェアーを使えなどというのはとんでもない主張だ。その論理残余を使うことにどんな必然性と、根拠があるかを考えることが重要だ。もちろん、主張に対する反証責任は、主張に反対する側にあるのだから、「文句があるなら、その論理残余に対応する反証事例を持ってこい。」と開き直ることはできるのだが、すでに、100 年ほど前のことで、その当時のヨーロッパと同じような事例なほとんどないだろう。反証可能性があることが科学的命題に必須の条件だが、実質的に反証不可能な根拠を持って、何かを主張することは、褒められた態度ではないし、それでは、説得力もないだろう。実は、論理残余を表立って使わなくても単純化できる。

	条件					結果		
ID	A	B	C	D	E	R	国名	国数
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4
A*B*C*d*E	1	1	1	0	1		論理残余	
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA,SWE	2
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN,IRL	2
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	0	GER	1
A*B*C*d*e	1	1	1	0	0		論理残余	
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1
A*b*C*d*e	1	0	1	0	0		論理残余	

$$A * C * E + A * C * e$$
$$= A * C * (E + e)$$
$$= A * C$$

一貫性　$(A * C \to R)$

$$c = \frac{4+2+2}{4+2+2+1+1} = \frac{8}{10} = 0.80$$

不採用

	条件					結果		
	A	B	C	D	E	R	国名	国数
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4
A*B*C*d*E	1	1	1	0	1	∅	論理残余	
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA,SWE	2
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN,IRL	2
a*B*C*D*E	0	1	1	1	1	∅	論理残余	
a*B*C*d*E	0	1	1	0	1	∅	論理残余	
a*b*C*D*E	0	0	1	1	1	∅	論理残余	
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	0	EST	1

$$A * C * E + a * C * E$$
$$= C * E * (A + a)$$
$$= C * E$$

一貫性 $(C * E \to R)$

$$c = \frac{4+2+2}{4+2+2+1} = \frac{8}{9} = 0.89$$

不採用

	条件					結果		
sets	A	B	C	D	E	R	国名	国数
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4
A*B*C*d*E	1	1	1	0	1	∅	論理残余	
A*B*c*D*E	1	1	0	1	1	∅	論理残余	
A*B*c*d*E	1	1	0	0	1	∅	論理残余	
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA.SWE	2
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN, FIN	2
A*b*c*D*E	1	0	0	1	1	∅	論理残余	
A*b*c*d*E	1	0	0	0	1	∅	論理残余	

$$A * C * E + A * c * E$$
$$= A * E * (C + c)$$
$$= A * E$$

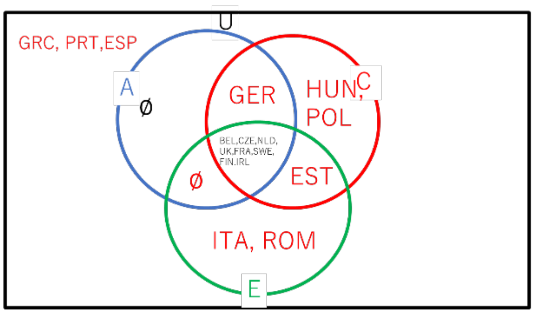
一貫性 $(A * E \to R)$

$$c = \frac{4+2+2}{4+2+2} = \frac{10}{10} = 1.00$$

採用◎

「豊かさと、政治の安定が、国を守った」

図 16. 論理の一貫性(consistency)による単純化



$A \cap E \ni \{BEL, CZE, NLD, UK, FRA, SWE.FIN, IRL, \emptyset\}$

A, E: 核となる条件．C: 周辺的条件

図 17. $A \cap C \cap E$と$A \cap E$の関係

論理的一貫性を評価する方法である。その方法を、図 16 に示した。図 16 の 3 つの表の内、一番上の表は、$A \cap C \rightarrow R$について検討したものである。まず、$A * C =$ 1 つまり、A と C がともに 1 であるものを選び出す（Excel シートで、A、C を最優先として A、C が大きい者から順番に並べかえる。)。その条件に合う国の数を、民主主義維持国と民主主義崩壊国に分けて数える。次式を使って、総国数に対する、民主主義維持国の割合を計算する。

$$c = \frac{民主主義維持国の数}{総国数}$$

この割合は、$A \cap C \rightarrow R$時に、その主張に該当する国の数の割合である。つまり、そのように主張したときの、その主張の一貫性（consistency）を表している。なにしろ、csQCA は、パリパリしているので、 1 以外の中間的値を認めないから、一貫性が 1 でない組み合わせは認めない（不採用)。$A \cap C \rightarrow R$の一貫性は 0.80 だから不採用となる。同様に、$C \cap E \rightarrow R$も一貫性が 0.89 で不採用となる。唯一、$A \cap E \rightarrow R$は一貫性が 1 だから採用となる。計算しなくても見ればわかると言われればその通りだが、実は、一貫性を数値化して、比較するという方法は、fsQCA の核心とになっている考え方である（というか csQAC が fsQCA の特種なケースと考えた方が良い。）図 17.に A、C、E の集合の関係をヴェン図で示した。

$A \cap C \cap E$は$A \cap E$の部分集合だから、$A * E \rightarrow R$が成立つ時$A * C * E \rightarrow R$も成り立つ。説明としては、一貫性で説明された方が、論理残余を加えた説明よりも納得しやすい。$A \cap E$は部分集合として$A \cap c \cap E$含んでいる。$A \cap c \cap E$は空集合（Ø）だから、$A \wedge c \wedge E$は論理残余である。実は、一貫性の確認による単純化でも、論理残余を恣意的に解釈するということが、暗に行われている。つまり、反証があれば覆る。$A * C * E \rightarrow R$はデータ上では反証がないことを確認済みということになる。

R のパッケージを含めて、QCA を行うソフトウェーがいくつかあるらしい。それらのパッケージでは、論理残余を含めて、単純化を行うか、論理残余を含めないで単純化を行うか、単純化の関数の中で選択できるらしい。この二つに意味は全く違う。論理残余を含めた方が都合の良い結果が出るから、論理残余を含めた単純化を行えなどと、解説書に書いてよいわけがない。

　怒りのあまり、話がそれた。元の話に戻る。集合Ｃを見ると、多くの民主主義崩壊国を含んでしまう。C の条件単体には、民主主義崩壊か民主主義維持かを決める力が弱い。$A * E \rightarrow R$の方が核心的条件だと考えることもできる。そういう意味で、$A * E$を核心的条件とし、C を周辺的な条件とする結論もあり得る。ここで言えることは、一貫性を基準として、単純化しても、結果として論理残余が含まれることがあるということである。データが少なければ、当然含まれる。論理残余は結果として出てくるものである。

	condition					result			
set	A	B	C	D	E	R	country	n	c
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	0	GER	1	1.00
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1	1.00
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	0	EST	1	1.00
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	0	HUN,POL	2	1.00
a*b*c*d*E	0	0	0	0	1	0	ITA.ROU	2	1.00
a*b*c*d*e	0	0	0	0	0	0	GRC, PRT,ESP	3	1.00

$$A * C * D * e \rightarrow r$$

	condition					result			
set	A	B	C	D	E	R	country	n	c
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	0	GER	1	1.00
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1	1.00

$$a * b * d \rightarrow r$$

	condition					result			
set	A	B	C	D	E	res	country	n	c
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	0	EST	1	1.00
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	0	HUN,POL	2	1.00
a*b*c*d*E	0	0	0	0	1	0	ITA.ROU	2	1.00
a*b*c*d*e	0	0	0	0	0	0	GRC, PRT,ESP	3	1.00

$$\mathrm{A} * \mathrm{C} * \mathrm{D} * e + a * b * d \rightarrow r$$

図 18. 民主主義崩壊国の条件、初期解から中間解への展開

$A \rightarrow r$ r: R=0

set	A	B	C	D	E	R	country	n
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	0	GER	1
A*B*C*d*e	1	1	1	0	0		Logical Remainder	
A*B*c*D*e	1	1	0	1	0		Logical Remainder	
A*B*c*d*e	1	1	0	0	0		Logical Remainder	
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1
A*b*C*d*e	1	0	1	0	0		Logical Remainder	
A*b*c*D*e	1	0	0	1	0		Logical Remainder	
A*b*c*d*e	1	0	0	0	0		Logical Remainder	
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4
A*B*C*d*E	1	1	1	0	1		Logical Remainder	
A*B*c*D*E	1	1	0	1	1		Logical Remainder	
A*B*c*d*E	1	1	0	0	1		Logical Remainder	
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA,SWE	2
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN,IRL	2
A*b*c*D*E	1	0	0	1	1		Logical Remainder	
A*b*c*d*E	1	0	0	0	1		Logical Remainder	

$$c = \frac{1+1}{1+1+4+2+2} = \frac{2}{10} = 0.20$$

$C \rightarrow r$ r: R=0

set	A	B	C	D	E	R	country	n
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	0	GER	1
A*B*C*d*e	1	1	1	0	0		Logical Remainder	
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1
A*b*C*d*e	1	0	1	0	0		Logical Remainder	
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4
A*B*C*d*E	1	1	1	0	1		Logical Remainder	
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA,SWE	2
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN,IRL	2
a*B*C*D*e	0	1	1	1	0		Logical Remainder	
a*B*C*d*e	0	1	1	0	0		Logical Remainder	
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	0	HUN,POL	2
a*b*C*D*e	0	0	1	1	0		Logical Remainder	
a*B*C*D*E	0	1	1	1	1		Logical Remainder	
a*B*C*d*E	0	1	1	0	1		Logical Remainder	
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	0	EST	1
a*b*C*D*E	0	0	1	1	1		Logical Remainder	

$$c = \frac{1+1+2+1}{1+1+4+2+2+2+1} = \frac{5}{13} = 0.38$$

$\mathrm{D} \rightarrow r$ r: R=0

set	A	B	C	D	E	R	country	n
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	0	GER	1
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1
A*B*C*D*E	1	1	1	1	1	1	BEL,CZE,NLD,UK	4
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA,SWE	2
a*B*C*D*e	0	1	1	1	0		Logical Remainder	
a*b*C*D*e	0	0	1	1	0		Logical Remainder	
a*B*C*D*E	0	1	1	1	1		Logical Remainder	
a*b*C*D*E	0	0	1	1	1		Logical Remainder	
A*B*c*D*e	1	1	0	1	0		Logical Remainder	
A*b*c*D*e	1	0	0	1	0		Logical Remainder	
A*B*c*D*E	1	1	0	1	1		Logical Remainder	
A*b*c*D*E	1	0	0	1	1		Logical Remainder	
a*B*c*D*e	0	1	0	1	0		Logical Remainder	
a*b*c*D*e	0	0	0	1	0		Logical Remainder	
a*B*c*D*E	0	1	0	1	1		Logical Remainder	
a*b*c*D*E	0	0	0	1	1		Logical Remainder	

$$c = \frac{1+1}{1+1+4+2} = \frac{2}{8} = 0.25$$

$e \rightarrow r$ r: R=0

set	A	B	C	D	E	R	country	
A*B*C*D*e	1	1	1	1	0	0	GER	1
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1
a*B*C*D*e	0	1	1	1	0		Logical Remainder	
a*b*C*D*e	0	0	1	1	0		Logical Remainder	
A*B*c*D*e	1	1	0	1	0		Logical Remainder	
A*b*c*D*e	1	0	0	1	0		Logical Remainder	
a*B*c*D*e	0	1	0	1	0		Logical Remainder	
a*b*c*D*e	0	0	0	1	0		Logical Remainder	
A*B*C*d*e	1	1	1	0	0		Logical Remainder	
A*b*C*d*e	1	0	1	0	0		Logical Remainder	
a*B*C*d*e	0	1	1	0	0		Logical Remainder	
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	0	HUN,POL	2
A*B*c*d*e	1	1	0	0	0		Logical Remainder	
A*b*c*d*e	1	0	0	0	0		Logical Remainder	
a*B*c*d*e	0	1	0	0	0		Logical Remainder	
a*b*c*d*e	0	0	0	0	0	0	GRC, PRT,ESP	2

$$c = \frac{1+1+2+2}{1+1+2+2} = \frac{6}{6} = 1.00$$

採用

図 19. 中間解$A \wedge C \wedge D \wedge e \rightarrow r$から最節約解への展開

$a \to r$

set	A	B	C	D	E	R	country	
a*B*C*D*e	0	1	1	1	0		Logical Remainder	
a*b*C*D*e	0	0	1	1	0		Logical Remainder	
a*B*c*D*e	0	1	0	1	0		Logical Remainder	
a*b*c*D*e	0	0	0	1	0		Logical Remainder	
a*B*C*d*e	0	1	1	0	0		Logical Remainder	
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	0	HUN,POL	2
a*B*c*d*e	0	1	0	0	0		Logical Remainder	
a*b*c*d*e	0	0	0	0	0	0	GRC, PRT,ESP	2
a*B*C*D*E	0	1	1	1	1		Logical Remainder	
a*b*C*D*E	0	0	1	1	1		Logical Remainder	
a*B*c*D*E	0	1	0	1	1		Logical Remainder	
a*b*c*D*E	0	0	0	1	1		Logical Remainder	
a*B*C*d*E	0	1	1	0	1		Logical Remainder	
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	0	EST	1
a*B*c*d*E	0	1	0	0	1		Logical Remainder	
a*b*c*d*E	0	0	0	0	1	0	ITA.ROU	2

$$c = \frac{2+2+1+2}{2+2+1+2} = \frac{7}{7} = 1.00$$ 採用

$b \to r$

set	A	B	C	D	E	R	country	n
a*b*C*D*e	0	0	1	1	0		Logical Remainder	
a*b*c*D*e	0	0	0	1	0		Logical Remainder	
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	0	HUN,POL	2
a*b*c*d*e	0	0	0	0	0	0	GRC, PRT,ESP	3
a*b*C*D*E	0	0	1	1	1		Logical Remainder	
a*b*c*D*E	0	0	0	1	1		Logical Remainder	
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	0	EST	1
a*b*c*d*E	0	0	0	0	1	0	ITA.ROU	2
A*b*C*D*e	1	0	1	1	0	0	AUT	1
A*b*c*D*e	1	0	0	1	0		Logical Remainder	
A*b*C*d*e	1	0	1	0	0		Logical Remainder	
A*b*c*d*e	1	0	0	0	0		Logical Remainder	
A*b*C*D*E	1	0	1	1	1	1	FRA,SWE	2
A*b*c*D*E	1	0	0	1	1		Logical Remainder	
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN,IRL	2
A*b*c*d*E	1	0	0	0	1		Logical Remainder	

$$c = \frac{2+3+1+2+1}{2+3+1+2+1+2+2} = \frac{9}{13} = 0.69$$

$d \to r$

set	A	B	C	D	E	R	country	
a*b*C*d*e	0	0	1	0	0	0	HUN,POL	2
a*b*c*d*e	0	0	0	0	0	0	GRC, PRT,ESP	3
a*b*C*d*E	0	0	1	0	1	0	EST	1
a*b*c*d*E	0	0	0	0	1	0	ITA.ROU	2
A*b*C*d*e	1	0	1	0	0		Logical Remainder	
A*b*c*d*e	1	0	0	0	0		Logical Remainder	
A*b*C*d*E	1	0	1	0	1	1	FIN,IRL	2
A*b*c*d*E	1	0	0	0	1		Logical Remainder	
a*B*C*d*e	0	1	1	0	0		Logical Remainder	
a*B*c*d*e	0	1	0	0	0		Logical Remainder	
a*B*C*d*E	0	1	1	0	1		Logical Remainder	
a*B*c*d*E	0	1	0	0	1		Logical Remainder	
A*B*C*d*e	1	1	1	0	0		Logical Remainder	
A*B*c*d*e	1	1	0	0	0		Logical Remainder	
A*B*C*d*E	1	1	1	0	1		Logical Remainder	
A*B*c*d*E	1	1	0	0	1		Logical Remainder	

$$c = \frac{2+3+1+2}{2+3+1+2+2} = \frac{8}{10} = 0.80$$

図 20. 中間解$a * b * d \to r$から最節約解への展開

論理残余を含めた単純化と含めない単純化を行って、比較し、論理残余が何であるかを確認する必要がある。

次に、民主主義崩壊を招く条件について検討する。記号としては、$R = 0$またはrとなる条件である。表 10 の条件別の真理表に戻って、民主主義崩壊国のリストを作ると、図 18 の左の表のようになる。これが初期解である。これらは、２つに分けられる。一つは、$A = 1,\ C = 1,\ D = 1 E = 0$ の国、$A * C * D * e$を条件とする国で、ドイツとオーストリアがそれにあたる。もう一つが、$A = 0,\ B = 0,\ D = 0$の国、$a * b * d$を条件とする国である。エストニア、ハンガリー、ポーランド、イタリア、ルーマニア、ギリシャ、ポルトガル、スペインがこれにあたる。つまり、中間解は

$$A * C * D * e + a * b * d \to r$$

となる。この中間解の２つの項をそれぞれ、単純化して節約解を求める。$A * C * D * e$の単純化について、集計から一貫性の計算までの課程を、図 19 に示した。検討したのは、$A \to$

$r, C \to r, D \to r, e \to r,$についてである。分析前に予測可能なことであるが$A \to r, C \to r, D \to r$はあり得ない。実際、一貫性も極めて低い。一方、$e \to r$は一貫性が 1 であり、最も節約的な解として、採用できる。次に、$a * b * d \to r$について、中間解から最節約解までの課程を、図 20 に示した。この展開により最節約解

$$a \to r$$

が得られた。２つの節約解を論理和は

$$a + e \to r$$

となる。日常言語にすると、「貧困である」または「政治が不安定」であれば、民主主義が崩壊する。「貧困」「政治の不安定性」どちらか一つあれば、民主主義は崩壊することになる。ヴェン図で、この命題の確からしさを確認する。図 21.は、A, C, D, eのヴェン図、図 22.は、a, b, dのベン図である。A+C+D+e＝U は2^4=16 の部分集合から構成されるが、図 21 では、A*c*d*e と a*C*D*E は他の集合の背景に隠れて見えない。A*c*d*e と a*C*D*E は共に空集合で、A*c*d*e は e に属する（A*c*d*e⊂ e）。eは 8 つの部分集合から構成され、$e \ni HUN, POL, AUT, GER, GRC, PRT, ESP$の 7 つの国がこれに属する。すべて、民主主義崩壊

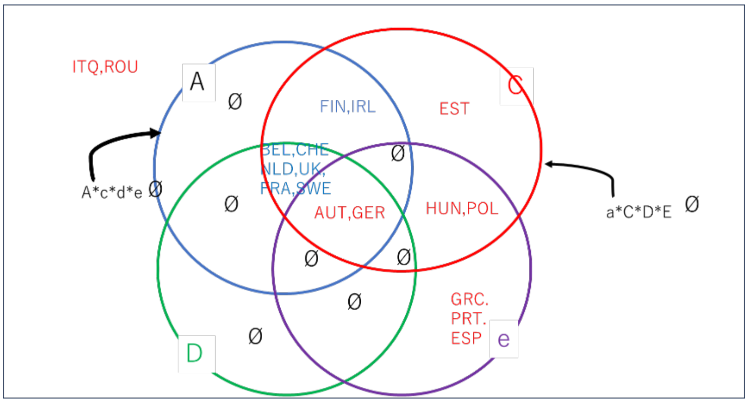


図 21. A, C, D, eのヴェン図（空集合 A*c*d*e と a*C*D*E は、背景に隠れて見えない。）

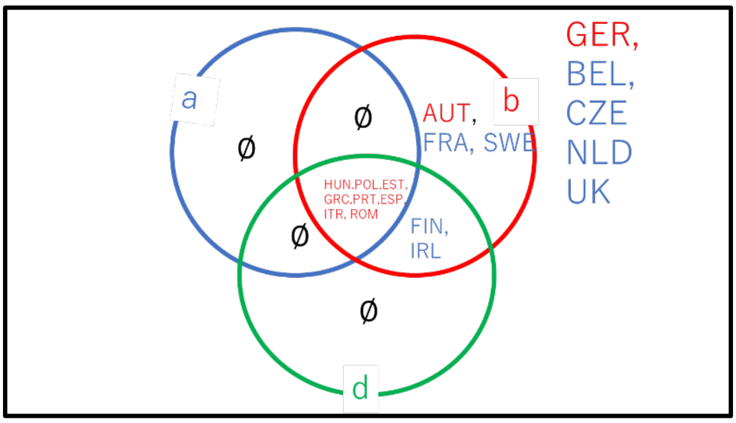


図 22. a, b, dのヴェン図

国であり。$e \to r$を最節約解とすることに、つまり、｢政治が不安定ならば、民主主義が崩壊すると結論することに、論理的な問題はないが、８個の部分称号の内、５つは空集合であることに留意は必要であろう。また、eには、７つの民主主義崩壊国が含まれる。民主主義崩壊国は 10 カ国ある。$e \to r$とした時に、それで説明される国は 70%である。これに対して、$e * C \to r$と結論すると、全体の 40%、$e * D \to r$ならば、20%しか説明しないことになる。$e * C * D \to r$でも 20%である。それが真であれば、結果のどの部分を強調して結論するかは、分析者の判断に任されるべきかもしれないが、特別な分析目的がない一般的な場合、より広い範囲に当てはまることを結論とするのは、常識だろう。どのくらいの割合で、結果を説明できるかという割合を、被覆度という。被覆度を比べた結果、最終的な解を$e \to r$と結論する。図 22.を見ると、aには、８個の民主主義崩壊国が含まれていて、民主主義維持国は１カ国も含まれない。一貫性という、観点から見れば、これも、論理的的に問題はない。しかし、論理残余を含めると、$a \wedge b \to r$も、$a \wedge d \to r$も成り立つ。もともと、$a \wedge b \wedge d \to r$が成立っていたので、４つの解から最終的な結論を選ぶことになる。この場合、$a \to r$、$a \wedge b \to r$、$a \wedge d \to r$、$a \wedge b \wedge d \to r$が成立って、被覆度も同じである。出来るだけ少ない要因で現象を説明するのが、科学の原則の一つかもしれない。そうだとすれば、aを核心的な条件、b、dを周辺的な条件として$a \to r$を最終結論とするというのが、一般的な考え方だろう。最終的な結論を書くと

$$a \vee e \to r$$

となる。これを、民主主義維持国の結論と並べて書いてみる。

$$A \wedge E \to R, \qquad a \vee e \to r$$

気がつかれただろうか。ド・モルガンの法則になっているのである。ドモルガンの法則は

$$\widetilde{A * B} = \tilde{A} + \tilde{B}$$

である、わかりにくいかもしれないので、きちんと集合の記号で書く。

$$A \cap E \subseteq R, \qquad \tilde{A} \cup \tilde{E} \subseteq \tilde{R}$$

ド・モルガンの法則は

$$\tilde{A} \cup \tilde{E} = \widetilde{A \cap E}$$

だから、

$$A \cap E \subseteq R, \qquad \widetilde{A \cap E} \subseteq \tilde{R}$$

つまり、$A \wedge E$を否定したものは必ずRを否定したものになっている。これは、

$$A \wedge E \Leftrightarrow R$$

$A \wedge E$と R は同値、互いに必要十分条件になっているのだ。日常語で書けば、豊かで、政治が安定していれば、必ず民主主義が維持できる。そうでなければ、必ず民主主義が崩壊すると結論しているのだ。ここで言おうとしてることは、csQCA では必ずそうなるということではない。それを目指して分析しろと言っているのでもない。こんなことはめったに起こらない。とても不自然な気がする。私が疑っているのは、元々のデータがこうなるよう

に作られているのかもしれないということだ。何しろ、民主主義の維持の程度を、どうやって評価したのか何も書かれていない。疑い出すときりがない。だが、これ以上深入りしない。この解説の目的は、最終的に fsQCA2 で、どんなことが出来て、どうやるのかを解説することだ。次章で、fsQCA の説明をする。

私が参考にしている解説書ではデータを二値化するのではなくて、３つ以上に分けて、csQCA を行う mvQCA の解説がある。これは、元データのいくつかの項目について、大きい小さいの 2 値ではなくて、大きい、中ぐらい、小さいとわけたり、さらに、もっと細かく分けたりするということだ。そのあとは、真理表の 3 つに分けたデータのところを、０，１，２の様に書けばよいだけのことだ。後は何も変わらない。必要ならば、解説を書くが、今は fsQCA の解説を行う。